

Министерство образования, науки и молодежной политики
Краснодарского края
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
Краснодарского края «Пашковский сельскохозяйственный колледж»

УТВЕРЖДАЮ

Зам директора по УМР

 Е.П. Ольховская

« 04 » 10 2022 г

Комплект контрольно-оценочных средств
для проведения текущей промежуточной аттестации студентов в рамках
основной профессиональной образовательной программы
по учебной дисциплине
ЕН.01 Математика

Специальность 10.02.05 Обеспечение информационной безопасности
автоматизированных систем


Краснодар 2022г.

Комплект контрольно-оценочных средств для проведения аттестации студентов по учебной дисциплине ЕН.01 Математика разработан на основании рабочей программы образовательной учебной дисциплины, которая входит в структуру основной образовательной программы и предназначена для ее реализации в соответствии с требованиями ФГОС СПО по специальности 10.02.05 Обеспечение информационной безопасности автоматизированных систем (приказ Минобрнауки России от 09.12.2016 г. №1553, зарегистрировано в Минюсте России 26.12.2016 г., № 44938 (ред. 17.12.2020 г.))

Организация-разработчик: Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение Краснодарского края «Пашковский сельскохозяйственный колледж»

Разработчики:

Слесаренко Т.Н. преподаватель математики, высшая квалификационная категория, математики, преподаватель

Рассмотрен на заседании МО естественно-научных дисциплин
Протокол № 2 от « 4 » 10 20 22 г.
Руководитель  /Александрова М.В.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПАСПОРТ КОМПЛЕКТА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ	стр. 4
2. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ, ПОДЛЕЖАЩИЕ ПРОВЕРКЕ	5
3. ОЦЕНКА ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	10
4. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ	25

1. ПАСПОРТ КОМПЛЕКТА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Комплект оценочных средств (КОС) предназначен для проверки результатов освоения учебной дисциплины ЕН.01 Математика по специальности 10.02.05 Обеспечение информационной безопасности автоматизированных систем

В результате освоения учебной дисциплины ЕН.01 Математика, обучающийся должен обладать предусмотренными ФГОС СПО по специальности следующими умениями, знаниями, которые формируют профессиональную компетенцию, и общими компетенциями:

Умения

- У 1 - выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;
- У 2 - выполнять операции над множествами;
- У 3 - применять методы дифференциального и интегрального исчисления;
- У 4 - использовать основные положения теории вероятностей и математической статистики;
- У 5 - применять стандартные методы и модели к решению типовых вероятностных и статистических задач;
- У 6 - пользоваться пакетами прикладных программ для решения вероятностных и статистических задач.

Знания

- З 1 - основы линейной алгебры и аналитической геометрии;
- З 2 - основные положения теории множеств;
- З 3 - основные понятия и методы дифференциального и интегрального исчисления;
- З 4 - основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики;
- З 5 - основные статистические пакеты прикладных программ;
- З 6 - логические операции, законы и функции алгебры, логики

Компетенции

- ОК 1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.
- ОК 2. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.
- ОК 9. Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности.
- ПК 2.4. Осуществлять обработку, хранение и передачу информации ограниченного доступа.

Контрольно-оценочные средства включают контрольные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации.

Формой промежуточной аттестации по учебной дисциплине является *экзамен*.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ, ПОДЛЕЖАЩИЕ ПРОВЕРКЕ

2.1. В результате аттестации по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих умений и знаний, а также динамика формирования общих компетенций:

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Показатели оценки результата	Формы и методы контроля и оценки результатов обучения
Умения		
<p>У 1 - выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;</p> <p>У 2 - выполнять операции над множествами;</p> <p>У 3 - применять методы дифференциального и интегрального исчисления;</p> <p>У 4 - использовать основные положения теории вероятностей и математической статистики;</p> <p>У 5 - применять стандартные методы и модели к решению типовых вероятностных и статистических задач;</p> <p>ОК 1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.</p> <p>ОК 2. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.</p>	<p>использовать методы математического анализа при решении задач</p> <p>использовать знания статистики для решения</p> <p>использовать информационные технологии при подготовке к практическим работам</p>	<p>решение ситуационных задач, результаты выполнения практических заданий, экзамен</p>
Знания		
З 1 - основы линейной алгебры и аналитической	решать задачи с помощью линейной алгебры и	решение ситуационных

<p>геометрии;</p> <p>3 2 - основные положения теории множеств;</p> <p>3 3 - основные понятия и методы дифференциального и интегрального исчисления;</p> <p>3 4 - основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики;</p> <p>ОК 1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.</p> <p>ОК 2. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности.</p> <p>ОК 9. Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности.</p>	<p>дифференциального исчисления</p> <p>решать задачи в команде, выполнение практических работ в команде</p>	<p>задач, результаты выполнения практических заданий, экзамен</p>
---	---	---

2.2 Формы текущего контроля и промежуточной аттестации по учебной дисциплине

Элемент учебной дисциплины	Текущий контроль		Промежуточная аттестация	
	Формы и методы контроля и оценки результатов обучения	Проверяемые У, З, ОК	Форма контроля	Проверяемые У, З, ОК
Раздел 1. Линейная алгебра				
Тема 1.1. Матрицы и определители .	Решения тестовых заданий, результаты выполнения практических заданий, математические диктанты	3 1, 3 2, У 1, У 2, ОК 1, ОК 2	<i>экзамен</i>	3 1, 3 2, У 1, У 2, ОК 1, ОК 2
Тема 1.2. Системы линейных уравнений	Решения тестовых заданий, результаты выполнения практических заданий, математические диктанты	3 1, 3 2, У 1, У 2, ОК 1, ОК 2		
Раздел 2. Элементы аналитической геометрии				
Тема 2.1. Векторы и координаты на плоскости	Решения тестовых заданий, результаты выполнения практических заданий, математические диктанты	3 1, ОК 1, ОК 2	<i>экзамен</i>	3 1, ОК 1, ОК 2
Тема 2.2. Уравнение линии на плоскости	Решения тестовых заданий, результаты выполнения практических заданий, математические диктанты	3 1, ОК 1, ОК 2		
Раздел 3. Введение в анализ				
Тема 3.1. Множества	Решения тестовых заданий, результаты выполнения практических заданий, математические диктанты	У 2, ОК 1, ОК 2	<i>экзамен</i>	У 2, ОК 1, ОК 2
Тема 3.2.	Решения тестовых заданий, результаты	ОК 1, ОК 2		

Пределы и непрерывность функции.	выполнения практических заданий, математические диктанты			
Раздел 4. Дифференциальное исчисление				
Тема 4.1. Производная	Решения тестовых заданий, результаты выполнения практических заданий, математические диктанты	У 3, З 3, ОК 1, ОК 2	<i>экзамен</i>	У 3, З 3, ОК 1, ОК 2
Тема 4.2. Дифференциал	Решения тестовых заданий, результаты выполнения практических заданий, математические диктанты	У 3, З 3, ОК 1, ОК 2		
Тема 4.3. Приложения производной	Решения тестовых заданий, результаты выполнения практических заданий, математические диктанты	У 3, З 3, ОК 1, ОК 2		
Раздел 5. Интегральное исчисление				
Тема 5.1. Неопределенный интеграл	Решения тестовых заданий, результаты выполнения практических заданий, математические диктанты	У 3, З 3, ОК 1, ОК 2	<i>экзамен</i>	У 3, З 3, ОК 1, ОК 2
Тема 5.2. Определенный интеграл	Решения тестовых заданий, результаты выполнения практических заданий, математические диктанты	У 3, З 3, ОК 1, ОК 2		
Раздел 6. Основы алгебры логики				
Тема 6.1. Основы алгебры логики	Решения тестовых заданий, результаты выполнения практических заданий, математические диктанты	ОК 1, ОК 2	<i>экзамен</i>	ОК 1, ОК 2
Раздел 7. Элементы теории вероятностей и математической статистики				
Тема 7.1. Основные понятия теории	Решения тестовых заданий, результаты выполнения практических заданий,	З 4, У 4, У 5, ОК 1, ОК 2, ОК 9	<i>экзамен</i>	З 4, У 4, У 5, ОК 1, ОК 2, ОК 9

вероятностей	математические диктанты			
Тема 7.2. Вероятности событий	Решения тестовых заданий, результаты выполнения практических заданий, математические диктанты	З 4, У 4, У 5, ОК 1, ОК 2, ОК 9	<i>экзамен</i>	
Тема 7.3. Случайные величины	Решения тестовых заданий, результаты выполнения практических заданий, математические диктанты	З 4, У 4, У 5, ОК 1, ОК 2, ОК 9	<i>экзамен</i>	
Тема 7.4. Основные понятия математической статистики	Решения тестовых заданий, результаты выполнения практических заданий, математические диктанты	З 4, У 4, У 5, ОК 1, ОК 2, ОК 9	<i>экзамен</i>	

3. ОЦЕНКА ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Контроль и оценка результатов освоения дисциплины «Математика» осуществляется преподавателем в процессе проведения:

- практических занятий,
- тестирования,
- опроса,
- выполнения студентами тестовых заданий, индивидуальных заданий и т.д
- экзамена.

Тестирование направлено на проверку владения терминологическим аппаратом и конкретными знаниями по дисциплине. Тестирование занимает часть учебного занятия (10-30 минут), правильность решения разбирается на том же или следующем занятии; частота тестирования определяется преподавателем.

Практические занятия проводятся в часы, выделенные учебным планом для отработки практических навыков освоения компетенциями, и предполагают аттестацию всех обучающихся за каждое занятие.

Раздел 1. Линейная алгебра
Тема 1.1.

Практическое занятие. Выполнение операций над матрицами. Вычисление обратных матриц.
Вариант 1

1) $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;

Найти: AB

2) $f(x) = 2x^2 + 3x + 5$ Найти: $f(A)$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

3) Найти A^{-1} , если $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4) Выяснить, является ли $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{5}{3} & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$ обратной к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$

Вариант 1

1) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

Найти: BA

2) $f(x) = 3x^2 - x + 5$ Найти: $f(A)$, если $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$;

3) Найти A^{-1} , если $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

4) Выяснить, являются ли матрицы A и B взаимно обратными
 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
3 1, 3 2, У 1, У 2, ОК 1, ОК 2	«5»- все задания решены верно,
3 1, 3 2, У 1, У 2, ОК 1, ОК 2	«4» - все задачи решены, но допущена арифметическая ошибка., либо не решена 1 задача. «3» - решено 2/3 работы «2» - решено менее 2/3 работы

Практические занятия. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера, методом обратной матрицы. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

Тема 1.2.

Вариант 1

1. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 7. \end{cases}$$

Вариант 2

1. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = -2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 5. \end{cases}$$

Вариант 3

1. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 4, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

Вариант 4

1. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 3, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

Вариант 5

1. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, \\ 3x_1 + 7x_2 + x_3 = 10. \end{cases}$$

Вариант 6

1. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
3 1, 3 2, У 1, У 2, ОК 1, ОК 2	«5»- все задания решены верно, «4» - все задачи решены , но допущена арифметическая ошибка., либо не решена 1 задача. «3» - решено 2/3 работы «2» - решено менее 2/3 работы

Раздел 2. Элементы аналитической геометрии

Практическое занятие. Выполнение действий над векторами. Решение простейших задач аналитической геометрии на плоскости.

- 1 Найти линейную комбинацию векторов $\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC} + 4\overrightarrow{CD}$
- 2 Найти длины векторов \overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{BC} ; \overrightarrow{CD}
- 3 Найти косинусы углов между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{BC} ; \overrightarrow{BC} и \overrightarrow{CD}
- 4 Найти $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) \cdot \overrightarrow{AD}$
- 5 Выяснить, коллинеарны ли векторы \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{CD}
- 6 Выяснить, перпендикулярны ли векторы \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{CD}

Вариант 1. A (2; 3; -1); B (0; 1; 2); C (4; -1; -1); D (2; -3; 1)

Вариант 2. A (3; -1; 1); B (1; 3; 2); C (1; -1; -1); D (4; 0; 3)

Вариант 3. A (4; 1; 2); B (1; 0; 1); C (-1; 2; -1); D (3; 1; 0)

Вариант 4. A (3; -2; 1); B (2; -1; 1); C (4; 0; 2); D (1; 1; -1)

Вариант 5. A (-2; 2; 1); B (3; 0; 4); C (7; 1; 0); D (3; 0; 5)

Вариант 6. A (1; -1; -1); B (2; 5; 7); C (-3; 1; -1); D (2; 2; 3)

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
3 1, ОК 1, ОК 2	«5»- все задания решены верно, «4» - все задачи решены , но допущена арифметическая ошибка., либо не решена 1 задача. «3» - решено 2/3 работы «2» - решено менее 2/3 работы

Практическое занятие. Составление уравнения прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости.

Вариант 1:

Найти:

А) уравнение $AM \parallel BC$



Б) уравнение медианы CD

В) уравнение высоты AF

Г) угол B

Д) центр тяжести Δ .

Вариант 2

ΔABC :

$A(4;8); B(2;-10); C(-6;-2)$

Найти:

А) уравнение $AM \parallel BC$.

Б) уравнение медианы AD.

В) уравнение высоты BF

Г) угол B.

Д) уравнение биссектрисы CN

Вариант 3.



Найти:

А) уравнение $BN \parallel AC$

Б) уравнение медианы CD.

В) уравнение высоты AF.

Г) угол B

Д) центр тяжести Δ .

Вариант 4.

ΔABC : $A(7;-6); B(-2;-2); C(1;2)$

Найти:

А) уравнение $AM \parallel BC$.

Б) уравнение медианы AD.

В) уравнение высоты BF.

Г) угол B

Д) уравнение биссектрисы

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
3 1, ОК 1, ОК 2	«5»- все задания решены верно, «4» - все задачи решены , но допущена арифметическая ошибка., либо не решена 1 задача. «3» - решено 2/3 работы «2» - решено менее 2/3 работы

Практическое занятие. Составление и исследование уравнений окружности и эллипса, гиперболы и параболы.

Вариант 1

- 1) Составить уравнение эллипса с фокусами на оси OX, если расстояние между его фокусами 16, а эксцентриситет равен $\frac{1}{2}$.
- 2) Составить уравнение радиуса окружности $x^2+y^2+4x+2y-21=0$, проведенного в точку на ней В(3;-2)
- 3) Найти эксцентриситет гиперболы $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$
- 4) Построить параболу, указать координаты вершины, фокуса, уравнение оси симметрии и директрисы.
 $y^2 + 2y + 10x + 21 = 0$

Вариант 2

- 1) Составить уравнение эллипса с фокусами на оси OX, если расстояние между фокусами равно 12, а эксцентриситет равен $\frac{3}{10}$.
- 2) Найти координаты центра и радиус окружности $x^2+y^2-8x-10y-8=0$
- 3) Найти эксцентриситет гиперболы $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{48} = 1$
- 4) Построить параболу, указать координаты вершины, фокуса, уравнение оси симметрии и директрисы
 $x^2 - 6x - 4y - 11 = 0$

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
3 1, ОК 1, ОК 2	«5»- все задания решены верно, «4» - все задачи решены , но допущена арифметическая ошибка., либо не решена 1 задача. «3» - решено 2/3 работы «2» - решено менее 2/3 работы

Раздел 3. Введение в анализ.

Практическое занятие. Вычисление пределов функций.

Вариант I

Вычислите пределы функции:

1. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 6x + 5}{x - 5};$

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3};$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^7 + 6x^{10} + 2x}{3x^{10} - 7};$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{8 \sin 10x}{x};$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^{2x}.$$

Вариант II

Вычислите пределы функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 5x - 3}{x-3};$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{6 - \sqrt{x+31}}{x-5};$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^8 - 5x^3 + x}{x^8 + 4x^5};$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{10 \sin 9x};$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{6}{x}\right)^{5x}.$$

Вариант III

Вычислите пределы функции:

$$1. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x-8}{3x^2 - 26x + 16};$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\sqrt{x+111} - 11}{x-10};$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^6 + 6x^{15} + 5x}{8x^{15}};$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{12x}{\sin 13x};$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{4x}.$$

Вариант IV

Вычислите пределы функции:

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{9x^2 - 5x - 4}$;

2. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - 3}{x-7}$;

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10 + x^6}{3x^6 - 1}$;

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{4 \sin 5x}$;

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{8}{x}\right)^{2x}$.

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
У 3, З 3, ОК 1, ОК 2	«5»- все задания решены верно, «4» - все задачи решены, но допущена арифметическая ошибка., либо не решена 1 задача. «3» - решено 2/3 работы «2» - решено менее 2/3 работы

Практическое занятие. Исследование функций на непрерывность.

Вариант 1

- Исследовать функцию $f(x) = \frac{1}{x-1}$ на непрерывность в точке $x_0 = 1$.
- Найти точки разрыва функции $f(x) = \frac{x-3}{x^2 - 4x + 3}$ и классифицировать их.

Вариант 2

- Исследовать функцию $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{при } x \leq 0, \\ 1 & \text{при } x > 0 \end{cases}$ на непрерывность в точке $x_0 = 0$.
- Найти точки разрыва функции $f(x) = \frac{x+1}{x^2 - x - 2}$ и классифицировать их.

Вариант 3

- Исследовать функцию $f(x) = x^3$ на непрерывность в точке $x_0 = 0$.
- Найти точки разрыва функции $f(x) = \frac{x^2 - 7x + 12}{x-3}$ и классифицировать их.

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
У 3, З 3, ОК 1, ОК 2	«5»- все задания решены верно, «4» - все задачи решены , но допущена арифметическая ошибка., либо не решена 1 задача. «3» - решено 2/3 работы «2» - решено менее 2/3 работы

Практическое занятие. Дифференцирование функций.

Вариант 1

1. Найти производную функции $y = \sin^6(4x^3 - 2)$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 3x^4 + \cos 5x$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = \frac{3}{x}$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$, $x_0 = 1$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 5t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 2

1. Найти производную функции $y = \cos^4(6x^2 + 9)$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 2x^5 - \sin 3x$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = 2x - x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$, $x_0 = 2$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = t^3 - 4t^2$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 3

1. Найти производную функции $y = tg^5(3x^4 - 13)$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 4x^3 - e^{5x}$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$, $x_0 = 1$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = \frac{1}{4}t^4 + t^2$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 4

1. Найти производную функции $y = ctg^4(5x^3 + 6)$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 5x^4 - \cos 4x$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 1$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$, $x_0 = 2$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = t^4 - 2t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 5

1. Найти производную функции $y = \arcsin^3 7x^2$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 4x^4 + \sin 2x$.

3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = \operatorname{tg} x$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{4}$,

$$x_0 = \frac{\pi}{3}.$$

4. Материальная точка движется по закону $x(t) = 2t^3 - 8$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 6

1. Найти производную функции $y = \operatorname{arctg}^6 5x^4$.

2. Найти производную третьего порядка функции $y = 6x^5 + e^{4x}$.

3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = 1 + \cos x$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$,

$$x_0 = \frac{\pi}{2}.$$

4. Материальная точка движется по закону $x(t) = t^4 + 2t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
У 3, З 3, ОК 1, ОК 2	«5»- все задания решены верно, «4» - все задачи решены, но допущена арифметическая ошибка., либо не решена 1 задача. «3» - решено 2/3 работы «2» - решено менее 2/3 работы

Практическое занятие. Выполнение приближенных вычислений с помощью дифференциала.

Решите следующие задачи:

Задача № 1

Вычислить приближенно заданную величину, используя полный дифференциал.

Вариант	1	2	3	4	5
Величина	$(1,03)^{3,001}$	$(1,09)^2(1,98)^3$	$0,9 \ln(1,02)$	$(3,01)^{2,02}$	$(1,03)^{3,001}$

Вариант	6	7	8	9	10
Величина	$\frac{(2,02)^3}{(1,005)^2}$	$\sqrt[3]{8,03} \cdot \sqrt{4,02}$	$\frac{3,01^2}{1,02}$	$(4,99)^2(2,03)^3$	$(2,03)^2(3,002)^3$

Задача № 2

Дано: функция и точка. С помощью полного дифференциала вычислить приближенно значение функции в данной точке. Вычислить точное значение функции в точке M_1 и оценить относительную погрешность вычислений.

Вариант	1	2
Функция	$z = x^2 + 3xy + y^2$	$z = 2xy - 3y^2 + 5x$
Точка	$M_1 (0,98; 1,04)$	$M_1 (3,04; 2,03)$

Вариант	3	4
Функция	$z = x^2 + y^2 + 2x - 2y$	$z = x + 3xy + y^2$
Точка	$M_1 (0,94; 1,04)$	$M_1 (1,05; 1,95)$

Вариант	5	6
Функция	$z = x^2 + 2xy + y^2$	$z = x^2 - y^2 + 3x + 2y$
Точка	$M_1 (2,06; 0,98)$	$M_1 (1,02; 2,05)$

Вариант	7	8
Функция	$z = x^2 + 4xy + y^2$	$z = 3xy + 2x + 5y$
Точка	$M_1 (2,96; 0,94)$	$M_1 (1,04; 2,96)$

Вариант	9	10
Функция	$z = x^2 - 3xy + 2x$	$z = x^2 + y^2 - 2xy$
Точка	$M_1 (0,96; 2,05)$	$M_1 (0,99; 1,02)$

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
У 3, З 3, ОК 1, ОК 2	«5»- все задания решены верно, «4» - все задачи решены , но допущена арифметическая ошибка., либо не решена 1 задача. «3» - решено 2/3 работы «2» - решено менее 2/3 работы

Практическое занятие. Исследование функций с помощью производной и построение графиков

Текст задания

Исследовать функцию и построить ее график.

Вариант 1

$$f(x) = x^2 - 2x + 8.$$

Вариант 2

$$f(x) = -\frac{2x^2}{3} + x + \frac{2}{3}.$$

Вариант 3

$$f(x) = -x^2 + 5x + 4.$$

Вариант 4

$$f(x) = \frac{x^2}{4} + \frac{x}{16} + \frac{1}{4}.$$

Вариант 5

$$f(x) = -x^3 + 3x - 2.$$

Вариант 6

$$f(x) = x^4 - 2x^2 - 3.$$

Вариант 7

$$f(x) = x^3 + 3x + 2.$$

Вариант 8

$$f(x) = 3x^2 - x^3.$$

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
У 3, З 3, ОК 1, ОК 2	«5»- все задания решены верно, «4» - все задачи решены , но допущена арифметическая ошибка., либо не решена 1 задача. «3» - решено 2/3 работы «2» - решено менее 2/3 работы

Практическое занятие. Интегрирование подстановкой и по частям. Методы интегрирования.**Текст задания****Вариант 1**

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

$$1. \int \left(5 \cos x - 3x^2 + \frac{1}{x} \right) dx.$$

$$2. \int \frac{3x^8 - x^5 + x^4}{x^5} dx.$$

$$3. \int (6^x \cdot 3^{2x} - 4) dx.$$

$$4. \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{1+16x^2}.$$

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

$$6. \int (8x-4)^3 dx.$$

$$7. \int \frac{12x^3 + 5}{3x^4 + 5x - 3} dx.$$

$$8. \int x^5 \cdot e^{x^6} dx.$$

$$9. \text{Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям: } \int (x + 5) \cos x dx.$$

Вариант 2

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

$$1. \int \left(6 \sin x + 4x^3 - \frac{1}{x} \right) dx.$$

$$2. \int \frac{x^9 - 3x^7 + 2x^6}{x^7} dx.$$

$$3. \int (7^x \cdot 2^{2x} + 5) dx.$$

$$4. \int \left(\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}.$$

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

$$6. \int (7x + 5)^4 dx.$$

$$7. \int \frac{18x^2 - 3}{6x^3 - 3x + 8} dx.$$

$$8. \int x^7 \cdot e^{-x^8} dx.$$

$$9. \text{Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям: } \int (x - 2) \sin x dx.$$

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
У 3, З 3, ОК 1, ОК 2	«5»- все задания решены верно, «4» - все задачи решены, но допущена арифметическая ошибка., либо не решена 1 задача. «3» - решено 2/3 работы «2» - решено менее 2/3 работы

Практическое занятие. Вычисление определенных интегралов. Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление объемов тел вращения.

Вариант 1

$$1. \text{Вычислить определенный интеграл: } \int_0^2 (4x^2 + x - 3) dx.$$

$$2. \text{Вычислить определенный интеграл методом подстановки: } \int_2^3 (2x - 1)^3 dx.$$

3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:
 $y = -x^2 + 4$, $y = 0$, $x = -2$, $x = 2$.
4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями: $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 4$.
5. Скорость движения точки изменяется по закону $v = 3t^2 + 2t + 1$ (м/с). Найти путь S , пройденный точкой за 10 с от начала движения.

Вариант 2

1. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^3 (2x^2 - x + 4) dx$.
2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки: $\int_0^1 (3x + 1)^4 dx$.
3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:
 $y = -x^2 + 1$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 1$.
4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями: $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$.
5. Скорость движения точки изменяется по закону $v = 9t^2 - 8t$ (м/с). Найти путь S , пройденный точкой за четвертую секунду.

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
У 3, 3 3, ОК 1, ОК 2	«5»- все задания решены верно, «4» - все задачи решены , но допущена арифметическая ошибка., либо не решена 1 задача. «3» - решено 2/3 работы «2» - решено менее 2/3 работы

Практическое занятие. Выполнение операций над высказываниями, составление таблиц истинности. Применение законов логики

Решение задач на определение видов множеств, вычисление количества подмножеств конечных множеств, отыскание элементов множеств.

1. Запишите множество всех натуральных делителей числа 21, определите его вид и найдите мощность.
2. Заданы множества $A = \{f, b, c, h, g, e, n, k\}$ и $B = \{b, c, d, e, f, g, l\}$.
 - а) Является ли одно из них подмножеством другого?
 - б) Найдите мощности множеств А и В.
 - в) Определите количество подмножеств множества А.
3. Найдите множество В, заданное характеристическим свойством $B = \{x | x \in R, x^2 + 7x + 12 = 0\}$.
4. Укажите множество действительных чисел, соответствующее записи $C = \{x | x^2 + x - 2 > 0\}$.
5. Найдите множество А, заданное характеристическим свойством $A = \{a | a \in N, -2 \leq a < 5\}$.
6. Для множества $A = \{-1, 0, 3, 4\}$.

- а) Вычислить количество всех подмножеств.
 б) Найти их.
 в) Вычислить их мощность.

Решение задач на выполнение теоретико-множественных операций и на подсчет количества элементов множеств.

1. Даны числовые промежутки $A = (-3; 5]$, $B = [-4; 7]$ и $C = (0; 6)$. Найдите множества и изобразите с помощью кругов Эйлера:

а) $C \cap B$; б) $(A \cup C) \cap B$; в) $(A \Delta B) \setminus (B \cap C)$; г) $\overline{B \cup C}$.

2. Результаты статистических исследований занесены в таблицу:

Социологические группы	Одобрят безоговорочно	Одобрят с некоторыми сомнениями	Сомневаются	Негативная реакция
Мужчины - преподаватели	3	4	5	10
Женщины - преподаватели	8	9	7	11
Юноши - студенты	5	4	4	9
Девушки - студенты	6	6	8	9

Обозначим M – множество опрошенных лиц мужского пола, C – сомневающиеся, Π – множество преподавателей, O множество тех, кто одобряет. Изобразите множества кругами Эйлера и найдите число их элементов:

а) \overline{O} ; б) $\overline{M \cap \Pi}$.

3. Выполните действие $B = \{1, 2, 3\} \setminus \{4, 5\}$ и определите мощность полученного множества.

4. Найдите декартово произведение множеств A и B : $A = (-1, 0, 1, 2)$, $B = (-2, 0, 2)$

1. Решить задачу, используя круги Эйлера. Каждая семья, живущая в нашем доме, выписывает или газету, или журнал, или и то и другое вместе. 75 семей выписывают газету, а 27 семей выписывают журнал и лишь 13 семей выписывают и журнал, и газету. Сколько семей живет в нашем доме?

Выполнение основных логических операций над высказываниями.

1. Какие из следующих предложений являются высказываниями? Укажите, какие из них являются истинными, а какие ложными.

- а) Москва – столица России;
 б) Каша – вкусное блюдо;
 в) Если в треугольнике все углы равны, то он равносторонний;
 г) Волга впадает в Каспийское море;
 д) $5 + 3 = 8$.
 е) Какое чудесное утро!

ж) $3 - \sqrt[3]{4} + \sqrt{7}$

- з) Треугольник называется равнобедренным, если его боковые стороны равны.
 и) Число x не превосходит единицы.
 к) Если треугольник равнобедренный, то высота, опущенная на основание, одновременно является медианой и биссектрисой.

2. Установите, какие из высказываний в следующих парах являются отрицаниями друг друга и какие нет (объясните почему):

- а) « $4 < 5$ », « $5 < 4$ »;
 б) «Натуральное число n четно», «Натуральное число n нечетно»;

в) «Человеку известны все виды животных, обитающих на Земле», «На Земле существует вид животных, неизвестный человеку».

3. Определите значения истинности следующих высказываний:

- а) Санкт – Петербург расположен на Неве и $2 + 3 = 5$;
- б) 7 – простое число или 9 – простое число;
- в) Фобос и Луна – спутники Марса;
- г) Если 9 делится на 3, то 4 делится на 2;
- д) Если Саратов расположен на Неве, то слоны – насекомые;
- е) Если 12 делится на 6, то 12 делится на 3.

4. Определите значения истинности высказываний А, В, С, D, Е, F, G, H, I, J, K, если высказывания

а) – д) истинны, а высказывания е) – к) ложны:

- а) $A \leftrightarrow (2 < 3)$; д) $(2 \cdot 2 = 4) \leftrightarrow E$; з) $(6 \leq 7) \leftrightarrow \neg H$;
- б) $B \leftrightarrow (2 > 3)$; е) $F \leftrightarrow (2 < 3)$; и) $(6 \geq 7) \leftrightarrow \neg I$;
- в) $(6 \leq 7) \leftrightarrow \neg G$; ж) $G \leftrightarrow (2 > 3)$; к) $(2 \cdot 2 = 4) \leftrightarrow \neg J$.
- г) $(6 \geq 7) \leftrightarrow \neg D$;

1. Укажите, какой ученый является основателем формальной логики?

- а) Буль
- б) Евклид
- в) Аристотель
- г) Колмогоров
- д) Лейбниц

6. Укажите ложное высказывания:

- 1. $2^{10} < 1000$.
- 2. Уравнение $2x^2 - x + 1 = 0$ не имеет действительных корней.
- 3. $\sqrt{555} > 14$.
- 4. Луна – естественный спутник Земли.
- 5. Существуют действительные иррациональные числа.

7. Укажите отрицание высказывания: «Существуют иррациональные числа»

- 1. Все числа иррациональные.
- 2. Все числа рациональные.
- 3. Существуют рациональные числа.
- 4. Все числа нерациональные.
- 5. Нет иррациональных чисел

8. Какой логической операции соответствует следующая таблица истинности?

A	B	A ? B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

9. Запишите в виде логической формулы следующие высказывания, обозначив А – Студент едет в метро, В – Студент читает книгу.

- а) Студент едет в метро и читает книгу.
- б) Студент или едет в метро, или читает книгу.
- в) Студент читает книгу тогда и только тогда, когда он едет в метро

10. Записать составные высказывания в виде формул, употребляя высказывательные переменные для обозначения простых высказываний:

- а) Если дует ветер, то идет дождь.
- б) Ветер дует тогда и только тогда, когда идет дождь.

в) Утром встаешь в дурном расположении духа или с головной болью только тогда, когда допоздна работаешь с компьютером или пьешь много кофе.

Указать таблицу истинности для каждого высказывания.

11. Максимально упростите выражение, воспользовавшись законами логики. Затем с помощью таблиц истинности сравните ваше упрощенное выражение с исходным.

а) $(a \vee \bar{c}) \wedge (\bar{a} \vee \bar{b}) \wedge (\bar{b} \vee c) \wedge (\bar{a} \vee b) \wedge (b \vee c);$

б) $(a \wedge \bar{c}) \vee (\bar{a} \wedge \bar{b}) \vee (b \wedge c) \vee (\bar{a} \wedge b) \vee (\bar{b} \wedge c).$

12. Запишите в виде логической формулы следующие высказывания, обозначив A – Турист поехал в Турцию, B – Турист поехал в Грецию.

а) Турист поехал или в Грецию, или в Турцию.

б) Турист не поехал ни в Грецию, ни в Турцию.

в) Если турист поехал в Грецию, то он не поехал в Турцию.

13. Составьте таблицу истинности логического выражения: а) $\neg A \wedge \neg B;$

б) $\neg A \wedge B$

14. Покажите порядок выполнения логических операций $A \vee (B \Rightarrow C) \wedge D \Leftrightarrow \neg A$

15. Упростите логическое выражение:

$$\neg X \wedge \neg(\neg Y \vee X)$$

16. Покажите порядок выполнения логических операций $X \wedge (Y \Rightarrow Z \vee X) \Leftrightarrow \neg Z$

17. Упростите логическое выражение:

$$\neg X \vee \neg(X \wedge Y \wedge \neg Y)$$

Булевы функции.

1. Функция $f(x_1, x_2, x_3)$ задана таблицей истинности. Постройте СКНФ и СДНФ для этой функции.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Минимизируйте её всеми известными Вам способами.

2. Для функции $f(x, y, z) = x y \vee x \vee x \bar{z}$ постройте таблицу истинности и минимизируйте функцию через СДНФ или методом неопределенных коэффициентов (на выбор) и с помощью карт Карно.

3. Проверить, являются ли эквивалентными следующие формулы:

$$\neg A \neg B \wedge A B \text{ и } (A \wedge \neg B)(\neg A \wedge B);$$

4. Постройте таблицу истинности функции $f: f(x, y) = (x | y) \wedge (y | x)$

5. Представить булевы функции в виде СДНФ, СКНФ $x \vee y \wedge z$

6. Найти СДНФ и СКНФ логической функции трех переменных, заданной в таблице:

X	Y	Z	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

7. Пусть $f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 x_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$

Найдите минимальную ДНФ методом сочетания индексов.

8. Укажите, в каких случаях высказывание истинно, а в каких ложно:

$$\left((\overline{A \wedge B}) \Rightarrow A \right) \Leftrightarrow (A \downarrow B)$$

9. Являются ли эквивалентными следующие высказывания:

$$x \left| (y \wedge z) \right. \text{ и } (x|y) \oplus (x|z)$$

10. Укажите, в каких случаях высказывание истинно, а в каких ложно:

$$\left((\overline{A \wedge B}) \Rightarrow A \right) \Leftrightarrow (A \vee B)$$

11. Являются ли эквивалентными следующие высказывания:

$$x \left| (y \rightarrow z) \right. \text{ и } (x|y) \rightarrow (x|z)$$

12. Построить таблицу истинности, найти СДНФ, найти минимальную ДНФ для высказывания:

1. $(\bar{z} \vee y) \rightarrow (\bar{z} \oplus \bar{x})$

2. $\left((\overline{A \wedge B}) \Rightarrow A \right) \Rightarrow A \vee B$

3. $(\bar{z} \vee y) \wedge (\bar{z} \oplus \bar{x})$

4. $\left((\overline{A \wedge B}) \Rightarrow A \right) \Leftrightarrow (A \vee B)$

5. $x \left| (y \rightarrow z) \oplus (x|y) \rightarrow (x|z) \right.$

6. $(\bar{z} \Rightarrow y) \Leftrightarrow (\bar{z} \vee \bar{x})$

Основы алгебры предикатов.

1. Укажите выражения, которые не являются предикатами.

1. $2x \div 5 > 1, x \in Z$

2. $\forall x (x - \text{столица России}), x \in \text{множеству наименований европейских городов}$

3. $x \parallel y (x, y - \text{множество прямых плоскости})$

4. $\exists x (x = 4x - 7), x \in Z$

5. $x \text{ и } y (x, y - \text{множество наименований европейских городов})$

2. Укажите тождественно-ложный предикат

1. $(x - \text{ромб}) \rightarrow (x - \text{параллелограмм}), \text{ где } x, y \in \text{множеству четырехугольников}$

2. $(x^2 + y^2 > 2) \Leftrightarrow (xy < 0), x, y \in R.$

3. $(x^4 = 16) \leftrightarrow (x^2 = -2)$, где $x \in R$
4. точка x равноудалена от точек A, B , где $x \in$ множеству точек плоскости
5. $(x > 0) \wedge (y > 0) \wedge (x + y < 0)$, где $x, y \in R$

3. Укажите предикат на N , который задает множество степеней двойки:

1. $\exists x(y = 2^x)$
2. $\exists y(y = 2^x)$
3. $\forall x(2^x)$
4. $\forall x(x \div 2)$
5. $\exists x(y = 2x)$

4. Пусть $p(x) = (x \div 12)$, $r(x) = (x \div 3)$, $x \in N$. Укажите выражение на языке алгебры предикатов высказывания: «Некоторые натуральные числа кратные 12 не являются кратными 3».

1. $\exists x(p(x) \wedge \overline{r(x)})$
2. $\exists x p(x) \wedge r(x)$
3. $\exists x(p(x) \rightarrow \overline{r(x)})$
4. $\exists x(p(x) \leftrightarrow \overline{r(x)})$
5. $\exists x(p(x) \vee \overline{r(x)})$

5. Переведите на русский язык следующую символическую запись:

$\forall n[\exists m(n = 2m) \wedge (n > 2) \rightarrow \exists x \exists y(R(x) \wedge R(y) \wedge (n = x + y))]$, где $n, m \in N$, $R(x), R(y)$ - простые числа.

1. Каждое, четное число >2 , есть сумма двух чисел, из которых одно простое.
2. Всякое натуральное число, кратное двум и >2 есть сумма двух чисел, из которых одно простое.
3. Некоторые четные числа >2 являются суммой двух простых.
4. Всякое натуральное четное число, >2 является суммой двух простых.
5. Всякое натуральное число, >2 является суммой двух простых.

6. Формулой равносильной к $\overline{\forall x R(x) \vee \exists x \overline{Q(x)}}$ является.

1. $\exists x R(x) \wedge \forall x \overline{Q(x)}$
2. $\exists x R(x) \vee \forall x \overline{Q(x)}$
3. $\exists x \overline{R(x)} \wedge \exists x Q(x)$
4. $\forall x \overline{R(x)} \wedge \forall x Q(x)$
5. $\exists x \overline{R(x)} \wedge \forall x Q(x)$

7. Предваренной формой к формуле $\forall x R(x) \rightarrow \exists y Q(y)$ является.

1. $\exists x \exists y(\overline{R(x)} \vee Q(y))$
2. $\forall x \exists y(R(x) \wedge \overline{Q(y)})$
3. $\exists x_1 \exists y(\overline{R(x_1)} \vee \overline{Q(y)})$
4. $\forall x \exists y(R(x) \rightarrow Q(y))$
5. $\exists x \exists y(R(x) \vee Q(y))$

8. Укажите тавтологию алгебры предикатов (общезначимую формулу).

1. $\forall x R(x)$
2. $\exists x R(x)$
3. $\exists x \exists y R(x, y)$
4. $P(x) \rightarrow \exists y P(y)$

Практическое занятие. Выполнение операций над событиями. Применение классического определения к вычислению вероятности

Вариант 1.

1. В урне 10 пронумерованных шаров с номерами от 1 до 10. Вынули один шар. Какова вероятность того, что номер вынутого шара не превосходит 10?
2. В урне 15 шаров: 5 белых и 10 черных. Какова вероятность вынуть из урны синий шар?
3. Из колоды в 36 карт вынимается одна карта. Какова вероятность появления карты червовой масти?
4. В кабинете работают 6 мужчин и 4 женщины. Для переезда наудачу отобраны 7 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц три женщины.
5. Из урны, в которой находятся 12 белых и 8 черных шаров, вынимают наудачу два шара. Какова вероятность того, что оба шара окажутся черными?
6. В одной урне находятся 4 белых и 8 черных шаров, в другой – 3 белых и 9 черных. Из каждой урны вынули по шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся белыми.
7. В урне находятся 10 белых, 15 черных, 20 синих и 25 красных шаров. Найдите вероятность того, что вынутый шар окажется: 1) белым; 2) черным или красным.
8. Рабочий обслуживает два автомата, работающих независимо друг от друга. Вероятность того, что в течение часа первый автомат не потребует внимания рабочего, равна 0,8, а для второго автомата эта вероятность равна 0,7. Найдите вероятность того, что в течение часа ни один из автоматов не потребует внимания рабочего.
9. В урне находятся 6 шаров, из которых 3 белых. Наудачу вынуты один за другим два шара. Вычислите вероятность того, что оба шара окажутся белыми.

Вариант 2.

1. В магазин поступило 30 холодильников, пять из которых имеют заводской дефект. Случайным образом выбирают один холодильник. Какова вероятность того, что он будет без дефекта?
2. Набирая номере телефона, абонент забыл две последние цифры, но помнит, что одна из них – ноль, а другая – нечётная. Найти вероятность того, что он наберёт правильный номер.
3. Из корзины, в которой находятся 4 белых и 7 черных шара, вынимают один шар. Найти вероятность того, что шар окажется черным.
4. В корзине 20 шаров: 5 синих, 4 красных, остальные черные. Выбирают наудачу один шар. Определить, с какой вероятностью он будет цветным.
5. В ящике находятся 12 деталей, из которых 8 стандартных. Рабочий берет наудачу одну за другой две детали. Найти вероятность того, что обе детали окажутся стандартными.

6. В ящике в случайном порядке разложены 20 деталей, причем пять из них стандартные. Рабочий берет наудачу три детали. Найти вероятность того, что по крайней мере одна из взятых деталей окажется стандартной.
7. В ящике в случайном порядке положены 10 деталей, из которых 4 стандартных. Контролер взял наудачу 3 детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей оказалась стандартной.
8. Найти вероятность того, что наудачу взятое двузначное число окажется кратным либо 4, либо 5, либо тому и другому одновременно.
9. В урне находятся 10 белых и 6 черных шаров. Найдите вероятность того, что три наудачу вынутых один за другим шара окажутся черными.

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
З 4, У 4, У 5, ОК 1, ОК 2, ОК 9	«5»- все задания решены верно, «4» - все задачи решены , но допущена арифметическая ошибка., либо не решена 1 задача. «3» - решено 2/3 работы «2» - решено менее 2/3 работы

Практическое занятие. Вычисление вероятностей по теоремам сложения и умножения вероятностей. Вычисление вероятностей по формуле полной вероятности, формуле Байеса.

Текст задания

Вариант 1.

1. В ящике находятся катушки четырех цветов: белых катушек -50%, красных -20%, зеленых -20%, синих -10%. Какова вероятность того, что взятая наудачу катушка окажется зеленой или синей?
2. В урне 5 синих и 15 красных шаров. Наудачу один за другим извлекают 2 шара. Найти вероятность того, что оба шара красные.
3. Детали, изготавливаемые цехом завода, попадают для проверки их на стандартность к одному из двух контролеров. Вероятность того, что деталь попадает к первому контролеру, равна 0,6, а ко второму — 0,4. Вероятность того, что годная деталь будет признана стандартной первым контролером, равна 0,94, а вторым—0,98. Годная деталь при проверке была признана стандартной. Найти вероятность того, что эту деталь проверил первый контролер.
4. В первой урне находятся М белых и К черных шаров, во второй N белых и D черных шаров. Из каждой урны наудачу извлекли 1 шар, а затем из этих двух наудачу выбрали один. Какова вероятность того, что он белый?

Вариант 2.

1. Определить вероятность того, что партия из 100 изделий, среди которых 5 бракованных, будет принята при испытании наудачу выбранной половины всей партии, если условиями приёма допускается не более 1 бракованного изделия из 50.
2. В урне 5 синих и 15 красных шаров. В условиях примера 2.5 первый шар вынимают, фиксируют его цвет, возвращают в урну и затем наудачу берут второй шар. Найти вероятность того, что оба шара красные.
3. Сборщик получил 3 коробки деталей, изготовленных заводом № 1, и 2 коробки деталей, изготовленных заводом № 2. Вероятность того, что деталь завода № 1 стандартна, равна 0,8, а завода № 2 — 0,9, Сборщик наудачу извлек деталь из наудачу взятой коробки. Найти вероятность того, что извлечена стандартная деталь.
4. В первой урне находятся M белых и K чёрных шаров, во второй N белых и D чёрных шаров. Из каждой урны наудачу извлекли 1 шар, а затем из этих двух наудачу выбрали один. Какова вероятность того, что он белый?

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
З 4, У 4, У 5, ОК 1, ОК 2, ОК 9	<p>«5»- все задания решены верно, «4» - все задачи решены , но допущена арифметическая ошибка., либо не решена 1 задача. «3» - решено 2/3 работы «2» - решено менее 2/3 работы</p>

Практическое занятие. Составление закона распределения дискретной случайной величины. Вычисление числовых характеристик дискретных случайных величин.

1. На пути движения автомашины 4 светофора, каждый из которых запрещает дальнейшее движение автомашины с вероятностью 0,5. Найти ряд распределения числа светофоров, пройденных машиной до первой остановки.

2. Случайная величина X задана законом распределения:

1	4	6
0,1	0,6	0,3

Найти ее математическое ожидание, дисперсию.

3. Абитуриент сдаёт два вступительных экзамена: по математике и физике. Составить закон распределения случайной величины x , числа полученных пятёрок, если вероятность получения пятёрки по математике равна 0,8, а по физике – 0,6.

4. Случайная величина X задана законом распределения:

1	5	8
0,1	0,2	0,7

Найти дисперсию и среднее квадратичное отклонение этой случайной величины X .

5. Согласно статистике, вероятность того, что двадцатипятилетний человек проживет еще год, равно 0,992. Компания предлагает застраховать жизнь на год на 1000 у.е. с уплатой 10 у.е. взноса. Определить, какую прибыль ожидает компания от страховки одного двадцатипятилетнего человека.

6. Случайная величина X задана законом распределения:

1	5	8
0,1	0,2	0,7

Найти дисперсию и среднее квадратичное отклонение этой случайной величины X .

7. Случайные величины X и Y заданы законом распределения. Найти математическое ожидание этих случайных величин и определить по таблицам, какая из данных величин более рассеяна. Подсчитать дисперсии $D(X)$ и $D(Y)$. Убедиться, что $D(X) > D(Y)$.

X	2	20	28	50
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

Y	23	25	26
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

Практическое занятие. Построение вариационных рядов, графиков эмпирического распределения. Вычисление эмпирических числовых характеристик.

1. По результатам выборочного исследования рабочих цеха были установлены их квалификационные разряды: 4, 5, 6, 4, 4, 2, 3, 5, 4, 4, 5, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 2, 3, 6, 5, 4, 6, 4, 3. Требуется:

- составить вариационный ряд и построить *полигон частот*;
- найти относительные частоты и построить *эмпирическую функцию распределения*.

2. Даны значения израсходованных долот на 100 скважинах при механической скорости проходки 18 м/сек.:

28 30 28 27 28 29 29 29 31 28 26 25 33
 35 27 31 31 30 28 33 23 30 31 33 31 27
 30 28 30 29 30 26 25 31 33 26 27 33 29
 30 30 36 26 25 28 30 29 27 32 29 31 30
 31 26 25 29 31 33 27 32 30 31 34 28 26
 38 29 31 29 27 31 30 28 34 30 26 30 32
 30 29 30 28 32 30 29 34 32 35 29 27 28
 30 30 29 32 29 34 30 32 24

Содержание работы: на основе совокупности данных опыта выполнить следующее:

1. Построить ряды распределения (интервальный и дискретный вариационные ряды). Изобразить их графики.
2. Построить график накопительных частот — кумуляту.
3. Составить эмпирическую функцию распределения и изобразить ее графически.
4. Вычислить моду, медиану, выборочную среднюю, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации, асимметрию, эксцесс.
5. Построить доверительные интервалы для истинного значения измеряемой величины и среднего квадратического отклонения генеральной совокупности.
6. Раскрыть смысловую сторону каждой характеристики.

3. Имеются данные о количестве студентов в 30 группах физико-математического факультета:

26	25	25	26	25	23
23	24	19	23	20	19
22	24	24	23	20	23
24	19	21	18	21	18
20	18	18	21	15	15

Найти вариационный ряд количества студентов в группах и размах варьирования. Построить полигон частот.

КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Задания для экзаменуемого состоят из двух частей: теоретической и практической.

Теоретическая часть.

Вопросы к дифференцированному зачету

1. Матрицы, действия над матрицами.
2. Определители 1-го, 2-го, 3-го порядков. Правило треугольников.
3. Определители n-го порядка.
4. Обратная матрица. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
5. Ранг матрицы. Алгоритм вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
6. Система линейных уравнений. Метод обратной матрицы. Формулы Крамера. Метод Гаусса.
7. Предел функции в точке. Основные теоремы о пределах.
8. Предел функции при x , стремящемся к бесконечности. Замечательные пределы. Число e .
9. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Точка непрерывности функции. Точка разрыва функции. Свойства непрерывных функций. Приращение аргумента. Приращение функции.
10. Производная функции. Дифференциал функции. Геометрический смысл производной. Механический смысл производной.
11. Таблица производных. Понятие сложной функции. Производная сложной функции.

12. Производные высших порядков. Физический смысл второй производной. Исследование функции с помощью второй производной.
13. Первообразная. Неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла.
14. Таблица неопределенных интегралов.
15. Методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования; метод замены переменной (метод подстановки); метод интегрирования по частям.
16. Определенный интеграл. Понятие интегральной суммы. Достаточное условие существования определенного интеграла (интегрируемости функции).
17. Основные свойства определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла.
18. Методы вычисления определенных интегралов. Формула Ньютона-Лейбница.
19. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.
20. Понятие события. Достоверные, невозможные, совместные, несовместные, противоположные события. Классическое определение вероятности.
21. Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей.
22. Случайная величина. Дискретная и непрерывная случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Интегральная функция распределения непрерывной случайной величины.
23. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Отклонение случайной величины. Дисперсия дискретной случайной величины. Среднее квадратичное отклонение случайной величины.

Практические задания

1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{3x}\right)^{5x}$.
2. Вычислить пределы:
 а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - x^3 + 1}{2x^4 + x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x}{x^2 - 4}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{x^3 + 2x}$.
3. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{\sin 5x}$.
4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x}$.
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + x}{x^2 - 2x}$.
6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 10x + 16}{x - 8}$.
7. Исследовать функцию $f(x) = \frac{5x}{x - 6}$ на непрерывность в точке $x_0 = 6$.
8. Исследовать функцию $f(x) = 3x^2 - x^3$ и построить ее график.
9. Вычислить значение производной следующих функций в точке $x_0 = 4$:
 а) $f(x) = 8x^2 - \ln x$; б) $f(x) = x^3 + 5x$.
10. Найти производную функции $y = (x^4 - 5x^2 + x)^7$.
11. Найти производную функции $y = \frac{11x - 8}{2x + 4}$.
12. Найти производную функции $y = e^{2x^5 - 8}$.
13. Найти производную функции $y = \ln(8x^4 - 3x^2 + 2)$.
14. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{4 - x^3 + x^2 - 2x}{x} dx$.
15. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной $\int x^2 \cdot e^{x^3} dx$.

16. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной $\int (6x+11)^4 dx$.

17. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной $\int \cos(6x-1)dx$.

18. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной $\int \sin^6 x \cdot \cos x dx$.

19. Вычислить определенный интеграл $\int_0^3 (5x+1)dx$.

20. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 (x-5)xdx$.

21. Вычислить определенный интеграл $\int_0^2 \frac{2x^3 + x^4}{x^2} dx$.

22. Скорость движения точки изменяется по закону $v = 5t^2 + 4t + 2$ (м/с). Найти путь s , пройденный точкой за 4 с от начала движения.

23. Вычислить объем тела, полученного от вращения фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 3$, вокруг оси Ox .

24. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$.

25. В одной корзине находятся 5 белых и 10 черных шаров, в другой – 4 белых и 11 черных. Из каждой корзины вынули по шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся черными.

26. В лотерее 1000 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 200 рублей и десять выигрышей по 100 рублей. Пусть X – величина возможного выигрыша для человека, имеющего один билет. Составить закон распределения этой случайной величины X .

27. Случайная величина X задана законом распределения:

4	6	7
0,4	0,5	0,1

Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратичное отклонение этой случайной величины X .

28. Составить уравнение эллипса с фокусами на оси Ox , если расстояние между его фокусами 16, а эксцентриситет равен $\frac{1}{2}$.

29. Составить уравнение радиуса окружности $x^2 + y^2 + 4x + 2y - 21 = 0$, проведенного в точку на ней $B(3; -2)$

30. Найти эксцентриситет гиперболы $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$

31. Построить параболу, указать координаты вершины, фокуса, уравнение оси симметрии и директрисы. $y^2 + 2y + 10x + 21 = 0$